

Tableau de signes

Pour étudier le signe d'une expression de la forme $(2x+4)(-x+3)$ ou $\frac{-2x-2}{x+6}$ par exemple, il faut faire un **tableau de signes**.

Il faut déjà que l'expression considérée soit un produit (ou un quotient) de termes de la forme $ax + b$.

<p>Etape 1 : On résoud, pour chaque membres de l'expression, l'équation suivante : $ax + b = 0$</p>	<ul style="list-style-type: none"> • $2x + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x_1 = -2$ • $-x + 3 = 0 \Leftrightarrow x_2 = 3$ 																					
<p>Etape 2 : On place, dans l'ordre, les valeurs x_1 et x_2 ainsi trouvées dans un tableau.</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="border-right: 1px solid black;">x</th> <th>$-\infty$</th> <th>-2</th> <th>3</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;"> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> <td> </td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$																
x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$																		
<p>Etape 3 : On place chaque termes $ax + b$ dans une ligne, ainsi que son zéro correspondant.</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="border-right: 1px solid black;">x</th> <th>$-\infty$</th> <th>-2</th> <th>3</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">$2x + 4$</td> <td> </td> <td>○</td> <td> </td> <td> </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">$-x + 3$</td> <td> </td> <td> </td> <td>○</td> <td> </td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	$2x + 4$		○			$-x + 3$			○							
x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$																		
$2x + 4$		○																				
$-x + 3$			○																			
<p>Etape 3 : Pour remplir chaque lignes, on applique la règle suivante : <i>$ax + b$ est du signe de a à droite du zéro.</i> Ici, par exemple, pour $2x + 4$, on a $a = 2 > 0$. Donc $2x + 4$ est positif à droite du zéro.</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="border-right: 1px solid black;">x</th> <th>$-\infty$</th> <th>-2</th> <th>3</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">$2x + 4$</td> <td>-</td> <td>○</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">$-x + 3$</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>○</td> <td>-</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	$2x + 4$	-	○	+	+	$-x + 3$	+	+	○	-						
x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$																		
$2x + 4$	-	○	+	+																		
$-x + 3$	+	+	○	-																		
<p>Etape 4 : On applique la règle des signes colonne par colonne.</p> <p>$- \times - = +$ $- \times + = -$ $+ \times + = +$</p>	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="border-right: 1px solid black;">x</th> <th>$-\infty$</th> <th>-2</th> <th>3</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">$2x + 4$</td> <td>-</td> <td>○</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">$-x + 3$</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>○</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">$P(x)$</td> <td>-</td> <td>○</td> <td>+</td> <td>○</td> <td>-</td> </tr> </tbody> </table> <p>Avec $P(x) = (2x + 4)(-x + 3)$</p>	x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	$2x + 4$	-	○	+	+	$-x + 3$	+	+	○	-	$P(x)$	-	○	+	○	-
x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$																		
$2x + 4$	-	○	+	+																		
$-x + 3$	+	+	○	-																		
$P(x)$	-	○	+	○	-																	

Remarque :

1. On peut conclure ici par exemple que $(2x+4)(-x+3) \leq 0$ lorsque $x \in]-\infty; -2] \cup [3; +\infty[$ à l'aide de la dernière ligne du tableau.
2. Attention, si il s'agit d'un quotient, dans la dernière ligne, à la place des zéros du dénominateurs, on place une double barre.
3. On peut étudier le signe d'expressions plus grandes. Il peut en effet y avoir plus de deux termes $ax + b$, et dans ces cas là, on rajoute une ligne pour le terme en plus. Le principe reste le même.